

ОПТИМИЗАЦИЯ НА НАТОВАРВАНЕТО НА ТОВАРО-РАЗТОВАРНИ МАШИНИ ЗА НАСИПНИ МАТЕРИАЛИ

Даниел Василев Василев,
da_vava@abv.bg

**ВТУ „Тодор Каблешков“, София, България
ул. „Гео Милев“ 158, 1574, София
РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ**

Ключови думи: Оптимизация, натоварване на транспортни средства, насипни товари, линейно програмиране, статично натоварване, експлоатационни разходи.

Резюме: В статията е представен метод за определяне на оптималното съотношение и общото количество товари с различна плътност. В нея са представени различни задачи за определяне на оптималното съотношение на товари с различна плътност, които трябва да се поставят в дадено техническо средство, като се разделят на няколко основни групи. Също така са разгледани натоварвания на различни видове товари в еднотипни и разнотипни транспортни средства, както и оптимизация, която се извършва при критерий за максимално общо статично натоварване на подадените празни ТС, без да се отчита разходите за придвижването им между товарно-разтоварните фронтове. Предложена е оптимизация, която се извършва при критерий минимални общи експлоатационни разходи за придвижване на технически средства между товарно-разтоварни фронтове и превозване на товарите с тях до потребителите.

МЕТОДИ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ОПТИМАЛНОТО СЪОТНОШЕНИЕ И ОБЩОТО КОЛИЧЕСТВО ТОВАРИ С РАЗЛИЧНА ПЛЪТНОСТ

Задачите за определяне на оптималното съотношение на товари с различна плътност, които трябва да се поставят в дадено техническо средство, се разделят на две основни групи:

- системата за управление е един товарно - разтоварен фронт (ТРФ) , на които от определен източник се подават за запълване (натоварване) J вида празни ТС $/j = 1,2,\dots$ $J/$ с $I/I = 1,2,\dots$ $I/$ вида товари (респективно на I броя ТРФ). Търси се стойността на параметъра за управление на системата (управляващият параметър), който представлява количеството (в t) от всеки i -ти вид товар, което трябва да се постави в ТС от вид j така, че да се постигне максимално използване на неговата товароносимост P (максимална полезна маса на товара в t);

-системата за управление се състои от няколко физически разделени ТРФ, т.е. от няколко подсистеми, между които трябва да се разпределят празни, транспортни средства от тип j при тези задачи в най-общия случай се търси оптимален план за разпределение на фиксирано количество празни ТС, намиращи се в $K/k = 1, 2, \dots, K$ / източника между $R/r = 1, 2, \dots, R$ / пунктове (ТРФ) за натоварване. Следователно задачите от тази група са по-обща и освен количеството товар от вид i , натоварено в пункт g в ТС от вид j , подадени от k -ти източник на празни ТС, трябва да се определи втори управляващ параметър, който представлява броя на техническите средства от вид j , постъпили от източника k в пункта за натоварване r . Двата параметъра на управлението на системата могат да определят при критерий за оптималност максимално количество товар поставен в техническите средства (т.е. максимално статично натоварване) или при критерий минимални експлоатационни разходи за превозване (придвижване) на празните технически средства от k -ти източник до g -ти ТРФ и за превозване на товарите от ТРФ до получателите [1.3]

При разглеждане на типичните задачи и на методите за тяхното решаване, ще уточним, че количеството на всеки товар, което ще се помести в ТС от тип j както и общото им количество, зависят от отношението между v_i , и w_j където w_j е относителната товароустойчивост на ТС от j -ти вид в m^3/t .

Пълно използване на P (съответно обема V) на ТС се постига при запълването му с еднороден товар, на който $v_i = w_j$.

Когато $v_i < w_j$, товарът условно се нарича "тежък", а при $v_i > w_j$, "лек". В зависимост от това са възможни следните случаи:

а. $v_i < w_j$ за всички стойности на i и j , т.е. товарите са само "тежки" и максималното общо количество товар $\max Q_{T_j}$, което може да се помести в ТС от j -ти вид се ограничава от неговата товароустойчивост P_j , която се използва напълно. [2.5]

$$/1/ \quad \max. Q_{T_j} = P, t \quad /j=1, 2, \dots, J/,$$

докато товарния обем V_j , за j -тия вид ТС се използва частично и максималния общ обем на поставения товар $\max. V_{T_j}$, е

$$/2/ \quad \max. V_{T_j} < V_j, m^3 \quad /j=1, 2, \dots, J/,$$

б. $v_i > w_j$ за всички стойности на i и j , т.е. товарите са само "леки" и максималното общо количество товар $\max Q_{T_j}$, което може да се помести се ограничава от V_{T_j} , който се използва напълно

$$/3/ \quad \max. V_{T_j} = V_j, m^3 \quad /j=1, 2, \dots, J/,$$

докато P_j се използва частично

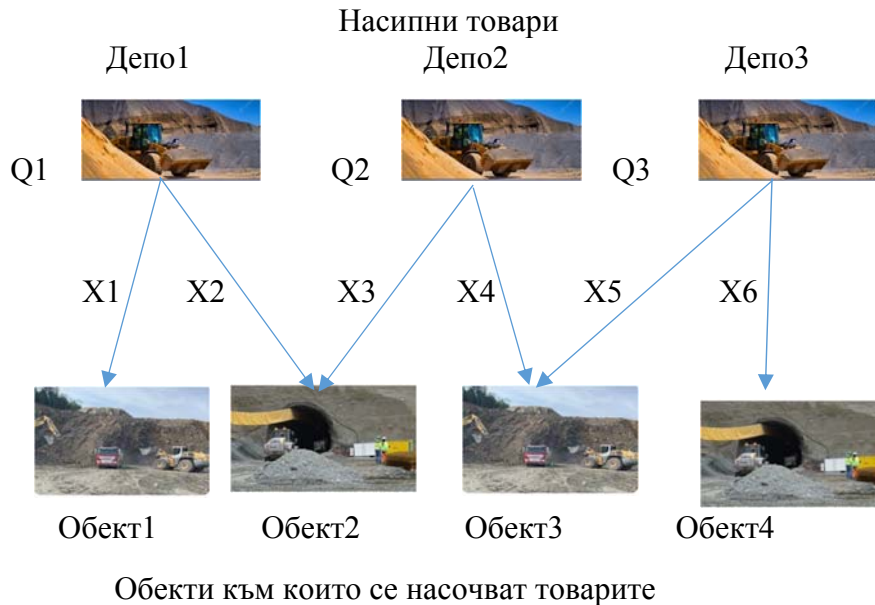
$$/4/ \quad \max. Q_{T_j} < P, t \quad /j=1, 2, \dots, J/,$$

1. Задачи от първа група

Възможни са две основни постановки едната е, когато има наличие само на еднотипни ТС, а другата-при наличие на разнотипни ТС.

Еднотипни технически средства

На един ТРФ се намират няколко вида товари, като количеството и плътността на всеки от тях са известни. Товарите трябва да се поставят (натоварят) в ТС, за да се транспортират само до един краен получател (фиг. 1). Всички товари позволяват съвместно транспортиране, т.е. в едно ТС могат да се поставят товари от всички видове. Няма ограничение в броя на наличните ТС, т.е. задачата е с излишък на ТС.



Фиг. 1. Еднотипни машини за насипни товари и един ТРФ с няколко вида товар

Целевата функция на математичния модел на формулираната задача може да се запише в следния вид:

$$/5/ \quad R^* = \sum_{i=1}^I X_i \rightarrow \max, t$$

при ограничения:

$$/6/ \quad \sum_{i=1}^I X_i \leq P, t$$

$$/7/ \quad \sum_{i=1}^I X_i / \gamma_i \leq V, m^3$$

$$/8/ \quad X_i \sum_{i=1}^I Q_i - Q_i \sum_{i=1}^I X_i = 0 \quad /i=1,2,\dots,I/,$$

$$/9/ \quad X_i \geq 0, t \quad /i=1,2,\dots,I/,$$

където:

Q_i е количеството товар от i -ти вид, което трябва да се натовари от ТРФ в ТС, t .

X_i - търсеното количество товар от i -ти вид, което да се натовари в едно ТС, t .

Ограничение /6/ осигурява, поставеното количество товар в едно ТС да не превиши неговата товароносимост, а ограничение /7/-обемът на натовареното общо количество товар в едно ТС да не превишава неговия товарен обем. Ограничение /8/ дава логичната връзка, че количеството товар, натоварено в ТС е равно на подлежащото за натоварване от ТРФ количество товар. Ограничение /9/ осигурява решение в областта на реалните положителни числа. Следното отношение показва общия брой n на натоварените ТС.

$$/10/ \quad n = \sum_{i=1}^I Q_i / \sum_{i=1}^I X_i \quad , \text{ бр.}$$

Когато задачата трябва да се реши в условията на недостиг на ТС т.е. при известен и ограничен брой n на подадените на ТРФ празни еднотипни ТС, които не могат да осигурят извозването на цялото количество товар, то ограничение /8/ се записва във вида:

$$/11/ \quad nX_i \leq Q_i \quad , t \quad /i= 1,2,\dots,I/$$

Ограничение /11/ осигурява в наличните ТС от i -ти вид да не се постави по-голямо от наличното на ТРФ количество от i -тия вид товар. Същевременно чрез него решението може да препоръча някои от видовете товари да се натоварят в ТС частично или въобще да не се натоварват. В случай, че някои от видовете товар трябва да се натоварят приоритетно, то в ограничение/11/ за съответната стойност на i се записва равенство (например $nX_i = Q_i$ при $i = 2,3,5$).[4]

Разнотипни технически средства

Тази задача е по-обща от предходната. Тя се решава при излишък на празни ТС, но броят n_j на всеки вид ТС $/j=1,2,\dots,J/$ е ограничен и известен. Всички останали условия се запазват, както в задачата с еднотипни ТС. Математичният модел има следната целева функция:

$$/15/ \quad R^* = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J X_{ij} \rightarrow \max \quad , t$$

при ограничения

$$/16/ \quad \sum_{i=1}^I X_{ij} \leq P_j \quad , t \quad /j=1,2,\dots,J/$$

$$/17/ \quad \sum_{i=1}^I X_{ij} / \gamma_i \leq V_j \quad , m^3 \quad /j=1,2,\dots,J/$$

$$/18/ \quad \sum_{j=1}^J nX_{ij} \geq Q_i \quad , t \quad /i=1,2,\dots,I/,$$

$$/19/ \quad X_{ij} \geq 0 \quad , t \quad /i=1,2,\dots,I; j=1,2,\dots,J/$$

където:

X_{ij} е търсеното количество товар от i -ти вид, което да се натовари в едно ТС от j -ти вид, t .

Останалите означения са същите, както в модела /5/-/9/. Ограничения /16/ и /17/ осигуряват натовареното общо количество товар в едно ТС да не превишава съответно неговата товароносимост и обем. Ограничение /18/ гарантира натоварване в ТС на цялото налично на ТРФ количество товар.

В условията на недостиг на ТС, моделът /15/-/19/ се трансформира в следния вид:
- целевата функция /15/:

$$/20/ \quad R^* = \sum_{j=1}^J n_j \sum_{i=1}^I X_{ij} \rightarrow \max \quad , t$$

- ограничение /18/

$$/21/ \quad \sum_{j=1}^J n_j X_{ij} \leq Q_i \quad , t \quad /i=1,2,\dots,I/,$$

В този случай целевата функция /20/ осигурява постигане на максимално натоварено количество товар във всички подадени на ТРФ празни ТС. Ограничение /21/ ограничава, натовареното общо количество товар от всеки вид да не превишава наличното на ТРФ.

Ако в оптималното решение в ограничение /21/ за всяко i се получи равенство, това означава, че цялото налично количество товар от отделните видове е натоварено в наличните празни ТС, т.е. задачата е решена, като такава с излишък на ТС.[1.4.5]

2. Задачи от втора група.

В зависимост от критерия на оптималност, тези задачи се разделят на две подгрупи:

- оптимизацията се извършва при критерий за максимално общо статично натоварване на подадените празни ТС, без да се отчита разходите за придвижването им между ТРФ. Игнорирането на разходи е допустимо, когато те са незначителни по абсолютна стойност или се различават несъществено за отделните варианти на разпределение;

- оптимизацията се извършва при критерий минимални общи експлоатационни разходи за придвижване на ТС между ТРФ и превозване на товарите с тях до потребителите.[4]

ЗАДАЧА

2. Инертни материали са депонирани в три депа, които материали трябва да се предоставят на четири строителни обекта разположени в Депо1(1), Депо2(2) и Депо3(3), чиито месечен капацитет не надхвърля съответно 10000m^3 , 12000m^3 и 14000m^3 . Всеки месец фирмата трябва да изпраща добитото количество материал до четири обект1(1), обект2(2), обект3(3) и обект4(4) в количества съответно 9000m^3 , 6000m^3 , 6000m^3 и 13000m^3 . Разходите за транспортиране на 1m^3 насипен материал (в лв.) от депата до а обектите са дадени в таб. 1.

Таблица 1

	Обект1(Об1)	Обект2(Об2)	Обект3(Об3)	Обект4(Об4)
Депо1	5,00	3,50	4,20	2,20
Депо2	3,20	2,60	1,80	4,80
Депо3	2,50	3,10	3,30	5,40

Да се формулира и реши линейна оптимизационна задача, с чиято помощ насипния товар от съответните депа да бъде транспортирана при минимални сумарни разходи и нуждите на отделните обекти да бъдат задоволени.

Оптимизационната задача е да се превози насипен товар от съответните депо до съответните обекти при минимални разходи, като се задоволят нуждите на съответните обекти.

$$/22/ \quad R_{min} = Q1 * Об1 + Q1 * Об2 + Q1 * Об3 + Q1 * Об4 + Q2 * Об1 + Q2 * Об2 + Q2 * Об3 + Q2 * Об4 + Q3 * Об1 + Q3 * Об2 + Q3 * Об3 + Q3 * Об4$$

При следните ограничения:

1. Количеството на произведения товар да по-голям или равен на количеството превозен материал (m^3)

$$/23/ \quad Q_c + Q_{\Pi} + Q_{\text{В}} \geq Q_{\text{из}} + Q_{\text{зап}} + Q_{\text{сев}} + Q_{\text{юг}}$$

2. Произведените и транспортираните количество товари да са положителни числа.

$$/24/ \quad Q_c, Q_{\Pi}, Q_{\text{В}}, Q_{\text{из}}, Q_{\text{зап}}, Q_{\text{сев}}, Q_{\text{юг}} \geq 0$$

Налични количества в депата (м3)

Таблица 2

	Обект1(Об1)	Обект2(Об2)	Обект3(Об3)	Обект4(Об4)	Остатък
Депоз1	0	0	0	10000	0
Депоз2	0	3000	6000	3000	0
Депоз3	9000	3000	0	0	2000

Оптимални количества за транспортиране (м3) Необходими количества материал за обектите (м3)

Таблица 4

Таблица 3

Депоз1	Q1	10000
Депоз2	Q2	12000
Депоз3	Q3	14000

Обект1	9000
Обект2	6000
Обект3	6000
Обект4	13000
Остатък	2000

Решаването на оптимизационната задача, на базата на целевата функция /22/, при въведените ограничения /23/ и /24/ е извършено, чрез използване на методите на целочисленото линейно програмиране с помощта на MS Excel и Solver (фиг.2 и фиг.3):

Microsoft Excel 15.0 Sensitivity Report
Worksheet: [Транспортна задача.xlsx]Sheet1
Report Created: 29.9.2023 г. 21:26:45

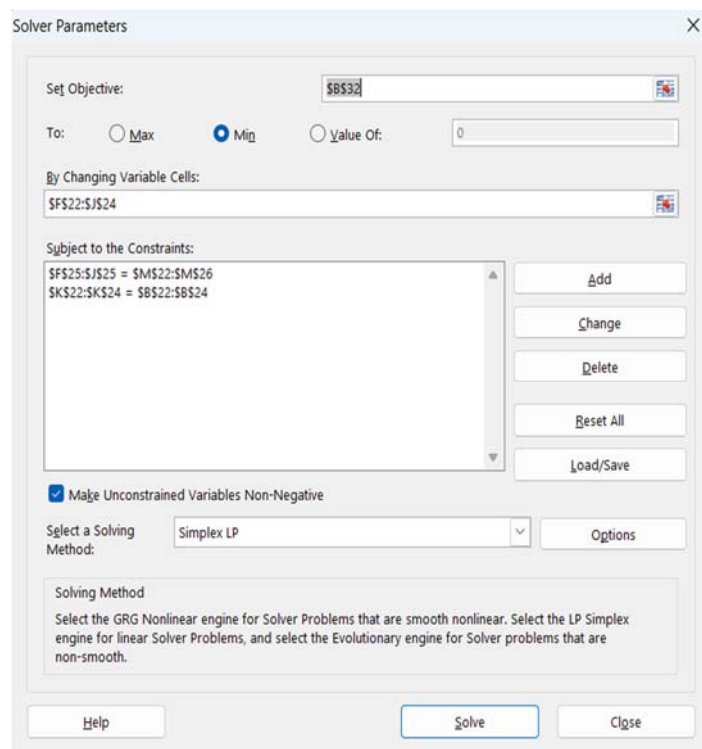
Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$F\$22	Депоз1 Обект1	0	0,56	0,5	1E+30	0,56
\$G\$22	Депоз1 Обект2	0	0,35	0,35	1E+30	0,35
\$H\$22	Депоз1 Обект3	0	0,5	0,42	1E+30	0,5
\$I\$22	Депоз1 Обект4	10000	0	0,22	0,31	1E+30
\$J\$22	Депоз1 остатък	0	0,31	0	1E+30	0,31
\$F\$23	Депоз2 Обект1	0	0,12	0,32	1E+30	0,12
\$G\$23	Депоз2 Обект2	3000	0	0,26	0,05	0,01
\$H\$23	Депоз2 Обект3	6000	0	0,18	0,1	1E+30
\$I\$23	Депоз2 Обект4	3000	0	0,48	0,01	0,31
\$J\$23	Депоз2 остатък	0	0,05	0	1E+30	0,05
\$F\$24	Депоз3 Обект1	9000	0	0,25	0,12	1E+30
\$G\$24	Депоз3 Обект2	3000	0	0,31	0,01	0,05
\$H\$24	Депоз3 Обект3	0	0,1	0,33	1E+30	0,1
\$I\$24	Депоз3 Обект4	0	0,01	0,54	1E+30	0,01
\$J\$24	Депоз3 остатък	2000	0	0	0,05	1E+30

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$F\$25	Xij j Обект1	9000	0,2	9000	0	3000
\$G\$25	Xij j Обект2	6000	0,26	6000	0	3000
\$H\$25	Xij j Обект3	6000	0,18	6000	0	6000
\$I\$25	Xij j Обект4	13000	0,48	13000	0	3000
\$J\$25	Xij j остатък	2000	-0,05	2000	0	2000
\$K\$22	Депоз1 Xij i	10000	-0,26	10000	3000	0
\$K\$23	Депоз2 Xij i	12000	0	12000	0	1E+30
\$K\$24	Депоз3 Xij i	14000	0,05	14000	3000	0

Фиг.2.



Фиг.3.

При извършването на съответните изчисления се установява че минималните разходи за превозване на съответните количества насипен товар от депата (Таб. 2) до обектите (Таб.3) ще възлизат на 8680 (лв).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

Съставянето на математически модел на базата на симплекс метод дава възможност да се оптимизира разпределението на насипния товар в зависимост от наличните в депата и съответно нуждите на обектите при оптимални разходи за транспортиране на насипните товари при различни изходни данни.

ЛИТЕРАТУРА:

- [1] Д. Петров ,С. Стоянов „Оптимизация на товарно-разтоварни и складови процеси“ Печатница на ВВТУ „Т. Каблишков“, София, 1993
- [2] Петров, Д. П. „Моделиране и оптимизация на развитието на системата за манипулиране на товари в транспорта. С., Хабилитационен труд,1981.
- [3] 23. В.Василев, Б. Петков, Е. Йончев – „Устройство за подаване на насипни материали от траншеен бункер“ – XI Научна Конференция с Международно Участие „ТЕМРТ 2001“, стр. 209-212.
- [4] Смехов, А. А. „ Построение математической и сетевой стохастической модели грузовой станции методом статистических испытаний. М.,ГрудьМИИТ, вып 300,1970.
- [5] Бабарикин, Вл., Л. Мутафчиев, Г. Грозев. „Математически методи за планиране на автомобилните превоз“. Варна,ДИ,1968.
- [6] Бонев, К., Р. Недев, Р. Василев, Р. Стайков., „Математически методи за изследване на операциите.“ В., Г.Бакалов,1975.

OPTIMIZATION OF LOADING TRANSPORT MACHINES WITH BULK CARGO

Daniel Vasilev
da_vava@abv.bg

*Todor Kableshkov University of Transport,
158 Geo Milev Str., 1574, Sofia
THE REPUBLIC OF BULGARIA*

***Key words:** optimization, loading transport machines, bulk cargo, linear programming, static load, operating expenses*

***Abstract:** The article presents a method for measuring the optimal proportion and total quantity of loads with various density. Several tasks are examined as to define the optimal proportion of various density loads placed in a technical machine dividing them in several groups. Several types of loading of various types of transportation machines are analyzed, as well as an optimization by criterium of maximum total static loading of empty transportation machines, without accounting for the transportation expenses between loading points. An optimization that takes into account the criterium for maximum total operating expenses of transporting technical machines between unloading points and transporting loads to consumers is proposed.*